



ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ "СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"

Математическото състезание „Вергил Крумов”

28.11.2009 година, Силистра

X клас

Време за работа: 120 минути

Регламент: Задачите от 1 до 5 се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 10 се оценяват с 3 точки, задачите от 11 до 14 с 4 точки и задача 15 с 9 точки. Ако посочите друг отговор – напишете го.

1 задача. Уравнението $2x^2 + x + \sqrt{2x^2 + x + 4} = 26$ има корени

А) $x_1 = 1$; $x_2 = -2$ Б) $x_1 = -1$; $x_2 = 2$ В) $x_1 = 3$; $x_2 = -4$ Г) друг отговор

2 задача. Решението на неравенството $\left| \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 1} \right| < -1$ е:

А) $x \leq -1$ Б) $x \in (-1; 1)$ В) $x \geq -1$ Г) друг отговор

3 задача. Ъглополовящата на остър ъгъл на равнобедрен трапец разделя бедрото му на отсечки от 20см. и 30см., считано от малката основа, която е 6см. Дължината на голямата основа на трапеца е:

А) 67см.; Б) 20см.; В) 66см.; Г) друг отговор

4 задача. За коя стойност на x изразът $A = \frac{2}{4x^2 - 8x + 5}$ има най-голяма стойност и на колко е равна тя?

А) $x = 2$; $\max A = 3$ Б) $x = 1$; $\max A = 2$ В) $x = 3$; $\max A = 4$ Г) друг отговор

5 задача. Нека x_1 и x_2 са корени на уравнението $3x^2 - ax + 2a - 1 = 0$. Стойността на израза $x_1^3 + x_2^3$ е:

А) $a(a-9)$ Б) $a(a^2 - 18a)$ В) $a(a^2 - 18a + 9)$ Г) друг отговор

6 задача. В окръжност е вписан трапец с голяма основа $AB = 8$ см и малка $CD = 6$ см. Ако $\cos \angle B = \frac{1}{3}$, то лицето на трапеца е:

А) $\sqrt{2}$ Б) $7\sqrt{2}$ В) $14\sqrt{2}$ Г) друг отговор

7 задача. За кои стойности на параметъра b неравенството $bx^2 - x + 1 < 0$ е изпълнено за всяко x ?

А) $b \in (-\infty; \frac{1}{4})$ Б) $b \in (\frac{1}{4}; +\infty)$ В) няма такава стойност Г) друг отговор

8 задача. В окръжност с радиус R е вписан правоъгълник. Ако ъгълът между диагоналите е φ , то периметърът на правоъгълника е:

А) $2R\left(\sin\frac{\varphi}{2} + \cos\frac{\varphi}{2}\right)$ Б) $4R\left(\sin\frac{\varphi}{2} + \cos\frac{\varphi}{2}\right)$ В) $R\left(\sin\frac{\varphi}{2} + \cos\frac{\varphi}{2}\right)$ Г) друг отговор

9 задача. Решението на неравенството $\frac{(x-2)(x+2)^2}{(x-3)(x+1)} \geq 0$ е:

А) $x \in (-1; 2] \cup (3; +\infty)$ Б) $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup [2; 3]$ В) $x \in (-1; 2] \cup (3; +\infty) \cup \{-2\}$ Г) друг отговор

10 задача. Хипотенузата на правоъгълен триъгълник е 25cm. Височината към нея е 12cm и служи за диаметър на окръжност, която разделя всеки от катетите на две части. Да се намерят тези части.

А) 5,4 cm и 9,6 cm ; 12,8 cm и 7,2 cm Б) 5,6 cm и 9,4 cm ; 12,2 cm и 7,8 cm В) 4,4 cm и 10,6 cm ; 11,8 cm и 8,2 cm Г) друг отговор

11 задача. Решението на системата уравнения
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 13 \\ x + y - \sqrt{xy} = 3 \end{cases}$$
 е...

12 задача. Правоъгълен триъгълник има хипотенуза $2\sqrt{2}$ cm, а медианата към хипотенузата е средно геометрична на катетите. Дължините на катетите са...

13 задача. Решението на неравенството $5x^4 - 26x^3 + 26x - 5 \leq 0$ е...

14 задача. Стойността на израза $A = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{cot} 60^\circ - |\sin 30^\circ - \cos 30^\circ|}{\operatorname{cot} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ}$ е равна на...

15 задача. Дадена е функцията $f(x) = -x^2 + |1 - x^2| - x + 2$.

а) За кои стойности на параметъра a уравнението $f(x) = a$ има три реални корена?

б) Да се намери лицето на фигурата, заградена от графиките на функциите

$f(x)$ и $g(x) = |x - 4| - x$