



# ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ "СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"

## Математическото състезание „Вергил Крумов“

28.11.2009 година, Силистра

IX клас

Време за работа: 120 минути

Регламент: Задачите от 1 до 5 се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 10 се оценяват с 3 точки, задачите от 11 до 14 с 4 точки и задача 15 с 9 точки. Ако посочите друг отговор - напишете го.

- Недопустимите стойности на израза  $A = \frac{2x-3}{2x^2-x-3}$  са:  
а)  $\frac{3}{2}$ ;      б)  $1; -\frac{3}{2}$ ;      в)  $1$ ;      г)  $-1; \frac{3}{2}$ ;
- Коя от посочените точки е симетрична на т.А (2;2) спрямо абцисната ос Ох:  
а) В(-2;-2);      б) С(-2;2);      в) D (2;-2);      г) G(1;1);
- В четириъгълника ABCD може да се впише окръжност, ако:  
а)  $AB \perp CD$ ;      б)  $AB = BC, CD = AD$ ;      в)  $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ;      г)  $AB + BC = AD + CD$ ;
- Ако в тъпоъгълния триъгълник  $\Delta ABC$  страните са  $AB = 2\sqrt{5}$ ,  $BC = 3\sqrt{3}$  и  $AC = \sqrt{22}$ , кой от ъглите е тъп?  
а)  $\angle A$ ;      б)  $\angle B$ ;      в)  $\angle C$ ;      г) не може да се определи;
- Ако  $x = 123$  стойността на израза  $B = \frac{27x^3 + 8}{9x^2 - 6x + 4}$  е:  
а) 367;      б) 258;      в) 371;      г) 256;
- Разлагането на квадратния тричлен  $-2x^2 + x + 3$  е:  
а)  $(2x - 3)(x + 1)$ ;      б)  $(x + 1)(3 - 2x)$ ;      в)  $(x - \frac{3}{2})(x + 1)$ ;      г)  $-2(x - 1)(x + \frac{3}{2})$ ;
- Около четириъгълника ABCD може да се опише окръжност, ако:  
а)  $\angle A + \angle D = 180^\circ$ ;      б)  $AB + CD = AD + BC$ ;  
в) АВ се вижда под  $\angle 70^\circ$  от т.С и т.Д;      г) АС се вижда под  $\angle 45^\circ$  от т.В и т.Д;
- Стойността на израза  $C = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{7 - \sqrt{48}}$  е:  
а) 1;      б) -1;      в)  $-1 - 2\sqrt{3}$ ;      г)  $2\sqrt{3} - 3$ ;

9. Ако страните на правоъгълен триъгълник имат дължини съответно 4,  $2\sqrt{13}$  и 6, то радиусът на вписаната в него окръжност има дължина :

- а)  $\sqrt{13} - 1$ ;      б)  $\sqrt{13} + 1$ ;      в)  $5 - \sqrt{13}$  ;      г/ не може да се определи ;

10. За кои стойности на параметъра **a** уравнението  $ax^2 + 2(a - 3)x - 7 + a = 0$  има два различни реални корена?

- а)  $a \in (-9 ; +\infty)$ ;      б)  $a \in [-9 ; 0) \cup (0 ; +\infty)$ ;      в)  $a \in (-9 ; 0) \cup (0 ; +\infty)$ ;      г)  $a \in (-\infty ; -9)$ ;

11. Определете ДМ на израза:

$$D = \sqrt{3+x} : \left( \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x+2} \right);$$

12. Стойността на сумата

$$S = \frac{1}{2.5} + \frac{1}{5.8} + \frac{1}{8.11} + \dots + \frac{1}{2006.2009} \quad \text{е :}$$

13. В  $\Delta ABC$  страната  $AB = 8$  см,  $P$  и  $Q$  са допирните точки на външно вписаната към страната  $BC$  окръжност съответно с  $AB$  и  $AC$ . Ако  $BP = 5$  см,  $CQ = 6$  см, определете дължините на страните  $BC$  и  $AC$ .

14. Мартин обичал за разсъмване да си измисля интересни задачи. Докато се приготвял за тръгване за Математическото състезание „Виргил Крумов”, вглеждайки се в стенния часовник установил, че ако голямата и малката стрелка се разглеждат като първо и второ рамо на насочен ъгъл, то в 6ч 16 мин големината на този ъгъл е  $-92^\circ$ . Каква е големината на този ъгъл в 10ч 10 мин?

15. Диагоналите  $AC$  и  $BD$  на равнобедрения трапец  $ABCD$  се пресичат в т.О. Да се докаже, че ако  $AB$  е голямата му основа,  $\angle AOB = 60^\circ$  и средите на отсечките  $AO$ ,  $DO$  и  $BC$  са съответно  $P$ ,  $Q$  и  $N$ , то  $\Delta PQN$  е равностранен.