



ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“

XVIII математическо състезание „Вергил Крумов“

22.11.2014 година, Силистра

IX клас

Време за работа: 180 минути

Регламент: Задачите от 1 до 5 се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 10 се оценяват с 3 точки. Задачите от 11 до 14 се оценяват по 4 точки за посочване на верен отговор. Ако посочите „друг отговор“ се дават точки, само ако е посочен верния отговор. Задача 15 се оценява с 9 точки за пълно решение.

Задача 1. Последната цифра на числото A , където $A = 1! + 2! + 3! + \dots + 2014!$ е:

- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) друг отговор

Задача 2. Ако диагоналите на ромб се увеличат с 10%, то лицето му ще се увеличи с:

- а) 10% б) 11% в) 21% г) 31% д) друг отговор

Задача 3. Стойността на израза $\sqrt{3 + \sqrt{4 + \sqrt{12}} - 3\sqrt{3}}$ е:

- а) $\sqrt{3}$ б) 0 в) $1 - \sqrt{3}$ г) $\sqrt{3} - 1$ д) друг отговор

Задача 4. Колко различни правилни дроби могат да се съставят от числата $\{13; 23; 17; 7; 2015; 22; 11; 2014\}$?

- а) 28 б) 16 в) 8 г) 56 д) друг отговор

Задача 5. Стойността на израза $503^4 - 502^2(503^2 + 2 \cdot 503 + 3) + 6$ е:

- а) 507 б) 510 в) 2014 г) 2015 д) друг отговор

Задача 6. За колко стойности на реалния параметър a , уравнението $|x-1| = x+a$ има точно едно решение?

- а) 0 б) 1 в) 2 г) безброй много д) друг отговор

Задача 7. За функцията $f(x) = ax + b$ е изпълнено $f(1) \leq f(2); f(3) \geq f(4)$ и $f(5) = 5$. Кое от следните твърдения е вярно ?

- а) $f(10) < 0$ б) $f(10) = 0$ в) $f(10) > 5$ г) $f(10) = 5$ д) друг отговор

Задача 8. За изразите $A = \frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{y(y-x)^2}{x^4 - y^4}$ и $B = \frac{1}{x+y}$ при $x \neq \pm y$ е в сила:

- а) $A = 2B$ б) $A = 3B$ в) $A = B$ г) $A = \frac{1}{B}$ д) друг отговор

Задача 9. За триъгълник ABC , $\sphericalangle BAC = 90^\circ$, $\sphericalangle ACB = 30^\circ$ и точка O е върху страната BC и е център на полуокръжност, допираща се до AB и AC . $\sphericalangle AOB$ е:

- а) 60° б) 105° в) 45° г) 75° д) друг отговор

Задача 10. Даден е $\triangle ABC$. Ъглополовящите AD , BE и CP се пресичат в точка K . Да се намери $\sphericalangle ABC$, ако той е два пъти по-голям от $\sphericalangle KPD$.

- а) 90° б) 60° в) 120° г) 80° д) друг отговор

/ За задачи от 11 до 14 се изисква да поставите само верния отговор в бланката /

Задача 11. Всички цели числа, които са решения на неравенството $\left| \frac{1}{2}x - \frac{7}{4} \right| + 2 \leq \frac{11}{4}$

са.....

Задача 12. Корените на уравнението $3\left(x^2 - \frac{8}{x}\right) : (x^2 + 2x + 4) = \frac{5x - 15}{x^2 - x - 6}$ са

Задача 13. В правоъгълния $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) е построена височина CH . Точките M и P са среди съответно на CH и HV . Намерете ъгъла между правите AM и CP .

Задача 14. Ако диаметърът на вписаната в правоъгълен триъгълник окръжност е равен на разликата от катетите му, то острите ъгли на триъгълника са :

Задача 15. /Изисква се пълно решение на задачата/

Дадена е уравнението $mx^4 - (2m - 1)x^2 + m - 2 = 0$ намерете стойностите на параметъра m , за който уравнението :

а) има два различни реални корена ;

б) има четири различни реални корени x_1, x_2, x_3, x_4 , за които е изпълнено

$$x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 6x_1x_2x_3x_4.$$

Успех!