ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ
„СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“

XVII математическо състезание „Вергил Крумов”
23.11.2013 година, Силистра
IX клас

Време за работа: 180 минути

<u>**Регламент:**</u> **Задачите от 1 до 5 се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 10 се оценяват с 3 точки. Задачите от 11 до 14 се оценяват по 4 точки за посочване на верен отговор. Задача 15 се оценява с 9 точки за пълно решение. Ако посочите “друг отговор”– напишете го.**

1 зад. За коя стойност на параметъра **c** т.М(-1; 2) е от графиката на функцията $\mathbf{f(x) = x^2+4x+c}$ **?**

А) -5 ; Б) -3 ; В) 5 ; Г) 3 .

2 зад. Даден е $\triangle$ ABC с $\angle ACB = \gamma = 75^\circ$ и точка **I** – център на вписана в него окръжност. Намерете $\angle AIB$=?

А) $55^\circ 30'$; Б) $124^\circ 30'$; В) 115° ; Г) друг отговор .

3 зад. Сумата $\sqrt{\mathbf{14-6\sqrt{5}}}+\sqrt{\mathbf{(2-\sqrt{5})^2}}$ е :

А) 1 ; Б) -1 ; В) $2\sqrt{5}-5$; Г) $5-2\sqrt{5}$.

4 зад. Ако $\mathbf{x^3 - y^3 = 117}$ и **x-y=3**, тогава стойността на **xy** е:

А) 30 ; Б) 15 ; В) 10 ; Г) не може да се определи.

5 зад. За кое естествено число **n** $2013 \in (2^n; 2^{n+1})$

А) n= 9 ; Б) n= 10 ; В) n= 11 ; Г) друг отговор .

6 зад. Ако диагоналите на ромб се увеличат с 10%, то лицето му ще се увеличи с:

А) 1% ; Б) 11% ; В) 21% ; Г) 31% .

7 зад. Дефиниционното множество на функцията $\mathbf{f(x)=\frac{3x^2-4x+1}{\sqrt{x-2}-1}}$ е:

А) $X \in [2; 3) \cup (3; +\infty)$; Б) $x\neq 1$ и $x\neq\frac{1}{3}$; В) $x \in (-\infty; \frac{1}{3}] \cup [1; +\infty)$; Г) друг отговор .

8 зад. Броят на естествените числа n, за които $\frac{n^2-n-12}{n-3}$ е естествено число е равен на :

А) 4 ; Б) 5 ; В) 6; Г) 7.

9 зад. Около окръжност е описан равнобедрен трапец с голяма основа АВ=8 см. Ако разстоянието между пресечните точки на диагоналите му със средната отсечка е 1 см., то дължината на бедрото му е:

А) 10 см. ; Б) 9 см. ; В) 7 см.; Г) 6 см.

10 зад. За колко стойности на реалния параметър **a** уравнението $|\mathbf{x-1}|=\mathbf{x+a}$ има точно едно решение.

А) 0; Б) 1 ; В) 2; Г) безброй много.

11 зад. Стойността на израза $\sqrt{\dfrac{4-\sqrt{15}}{4+\sqrt{15}}}+\sqrt{\dfrac{4+\sqrt{15}}{4-\sqrt{15}}}$ е:

12 зад. Намерете произведението :

$$\left(\mathbf{1-\tfrac{1}{4}}\right).\left(\mathbf{1-\tfrac{1}{9}}\right).\left(\mathbf{1-\tfrac{1}{16}}\right)\dots\left(\mathbf{1-\tfrac{1}{225}}\right)=?$$

13 зад. Ако $\mathbf{a}<0$ и $\mathbf{x_1}>\mathbf{x_2}$ са корени на уравнението $\mathbf{2x^2-6ax-7a^2=0}$, за кои стойности на параметъра $\mathbf{a}$ е изпълнено равенството $\dfrac{1}{x_1^2}-\dfrac{1}{x_2^2}=\dfrac{\sqrt{23}}{12}$?

14 зад. В шахматен турнир между 7 приятели били разпределени общо 59 точки. Всеки играл срещу всеки точно по една среща. При победа победителят получавал по 3 точки, а победеният – 0 точки. При равен резултат(реми) и двамата играчи получавали по 1 точка. Определете колко от срещите са завършили с реми и ако победителят е бил само 1, какъв е най-малкият брой точки, с които той е завършил турнира.

15 зад. Триъгълник АВС е вписан в окръжност с център т.О, като $\angle BAC=20°$ и $\angle ACB=30°$. Във вътрешността на триъгълника е взета точка М, така, че $\angle MAC=\angle MCA=10°$. Да се намери $\angle BMC$.

Отговори IX клас

Зад.1	Зад.2	Зад.3	Зад.4	Зад.5	Зад.6	Зад.7	Зад.8	Зад.9	Зад.10
В	**Г**	**А**	**В**	**Б**	**В**	**А**	**Б**	**В**	**Г**
Зад.11	**Зад.12**	**Зад.13**	**Зад.14**						
8	$\mathbf{\frac{8}{15}}$	$\mathbf{-\frac{12}{7}}$	**4 и 10**						

14 зад. Срещите са $\frac{7.6}{2} = 21.$

21.2=42 т. ако всички срещи са реми.

59 – 42 = 17 т. за допълване => 17 срещи са завършили с победител => 21 – 17 = 4 срещи са завършили реми. 59 : 7 = 8(ост.3) => от принципа на Дирихле минималния брой точки може да е 9, но тогава още 1 ще е с 9 точки и победителят няма да е 1 => Точките на победителя са поне 10. Следния пример показва, че това е възможно.

Номер на състезателя	I	II	III	IV	V	VI	VII	Общо
Победи	3	3	3	2	2	2	2	17
Реми	1	0	0	2	2	2	1	4
Загуби	2	3	3	2	2	2	3	17
Точки	10	9	9	8	8	8	7	59

15 зад.

$\Delta ABC \ \rightarrow \measuredangle A = 20°, \measuredangle C = 30° \Rightarrow \measuredangle B = 130°$ **0,5 т.**

$\measuredangle AOC = 360° - 2.\measuredangle B = 360° - 260° = 100°$ *(централен)*

$\measuredangle ACB = 30°$ (вписан) **0,5 т.**

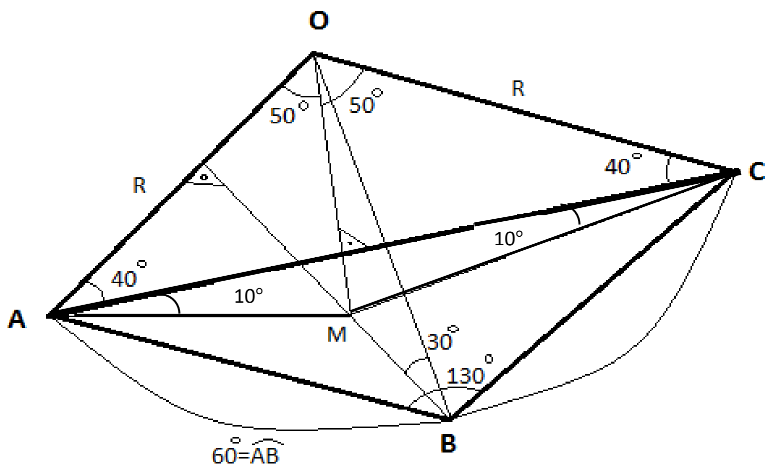
$\Rightarrow \widehat{AB} = 60° \Rightarrow \measuredangle AOB = 60°$

$\Rightarrow \Delta AOB$ е равностранен **1т.**

ΔAMC е равнобедрен ($\measuredangle MAC = \measuredangle MCA$) =>

MA=MC **1т.**

=> т. M € S_{AC} ; т. O € S_{AC} => $OM \equiv S_{AC}$ **1т.**



$\measuredangle AOM = \measuredangle COM = 50°, \measuredangle OAM = 50°$ =>
ΔAOM е равнобедрен **1т.**

AM=OM и AB=OB (OA=OB, $\measuredangle OAB = 60°$) **1т.** $\Rightarrow BM \equiv S_{AO} \Rightarrow \measuredangle MBO = 30°$ **1т.**

ΔBCO е равнобедрен ($BO = CO$) $\Rightarrow \measuredangle CBO = \measuredangle BCO = 70°$ **1т.**

$\Rightarrow \measuredangle BMC = 180° - (\measuredangle MBC + \measuredangle MCB) = 180° - 120° = 60°$ **1т.**