

XVI математическо състезание „Вергил Крумов”

17.11.2012 година, Силистра

IX клас

Отговори:

Зад.1	Зад.2	Зад.3	Зад.4	Зад.5	Зад.6	Зад.7	Зад.8	Зад.9	Зад.10
Г	В	В	В	В	В	Б	Б	Б	Г-80%

Зад.11	Зад.12	Зад.13	Зад.14
2, ако $x > 0$ -2, ако $x < 0$	1 см	4	(a, b): (8, -9) (12, -11)

Решение на Задача 15:

$$a + x = (x^2 - a)^2$$

$$a + x = x^4 - 2ax^2 + a^2$$

$$a^2 - 2ax^2 - a + x^4 - x = 0$$

$$(*) a^2 - a(2x^2 + 1) - (x - x^4) = 0$$

$$D = (2x^2 + 1)^2 + 4(x - x^4) = (2x + 1)^2 \geq 0, \forall x \quad /1\text{т}/$$

$$a_{1,2} = \frac{(2x^2 + 1) \pm (2x + 1)}{2}$$

$$a_1 = x^2 + x + 1, \quad a_2 = x^2 - x \quad /\text{по } 0,5 \text{ т за всяко}/$$

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow [a - (x^2 + x + 1)][a - (x^2 - x)] = 0 \quad /1\text{т}/$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1) x^2 + x + 1 - a = 0 \\ 2) x^2 - x - a = 0 \end{cases}$$

$$1) x^2 + x - (a - 1) = 0 \quad /2\text{т}/$$

$$D = 1 + 4(a - 1) = 4a - 3$$

$$\text{при } a \geq \frac{3}{4}, x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{4a - 3}}{2}$$

$$\text{при } a < \frac{3}{4}, x \in \emptyset$$

$$2) x^2 - x - a = 0 \quad /2 \text{ т}/$$

$$D = 1 + 4a$$

$$\text{при } a \geq \frac{1}{4}, x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4a}}{2}$$

$$\text{при } a < -\frac{1}{4}, \nexists \text{ реални корени}$$

/За обобщение - 1т/

1) При $a < -\frac{1}{4}$, не съществуват реални корени

$$2) a \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4a}}{2}$$

$$3) a \geq \frac{3}{4}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4a}}{2}$$

$$x_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{4a}}{2}$$