



ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ "СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"

XVI математическо състезание „Вергил Крумов”

17.11.2012 година, Силистра

IX клас

Време за работа: 180 минути

Регламент: Задачите от 1 до 5 се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 10 се оценяват с 3 точки. Задачите от 11 до 14 се оценяват по 4 точки за посочване на верен отговор. Задача 15 се оценява с 9 точки за пълно решение. Ако посочите друг отговор – напишете го.

1 зад. Стойността на израза $\sqrt{\frac{3+\sqrt{8}}{3-\sqrt{8}}} + \sqrt{\frac{3-\sqrt{8}}{3+\sqrt{8}}}$ е:

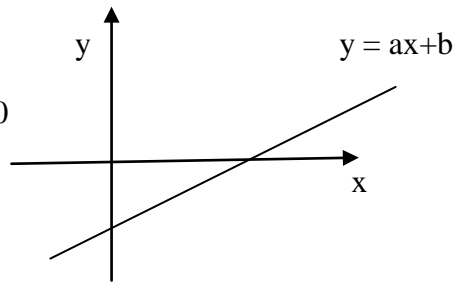
- А) 0; Б) $\sqrt{8}$; В) 3; Г) 6.

2 зад. Допустимите стойности на израза $\frac{x-2}{x^2-4} \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{x+1}$ са:

- А) $x \neq \pm 2; -1$ Б) $x \neq -2; -1$ В) $x \neq 2, x > -1$ Г) друг отговор

3 зад. Графиката на функцията $y = ax + b$ е дадена на чертежа. Вярно е, че:

- А) $a > 0, b > 0$ Б) $a < 0, b > 0$
В) $a > 0, b < 0$ Г) $a < 0, b < 0$



4 зад. Лицето на триъгълник е 32 cm^2 . Лицето на триъгълника, образуван от средните му отсечки е:

- А) 16 cm^2 Б) 4 cm^2 В) 8 cm^2 Г) друг отговор

5 зад. Графиките на функциите $y = 3x + a$, $y = 2x - b$ се пресичат в т.Р(-4;с). Стойността на израза $a+b$ е:

- А) 2 Б) -2 В) 4 Г) -4

6 зад. Решете уравнението $\frac{x}{x-3} - \frac{2}{x+6} = \frac{27}{x^2+3x-18}$

- А) 3;-7 Б) 3 В) -7 Г) друг отговор

7 зад. Диагоналите AC и BD на ромба ABCD се пресичат в т.О.Точките P и Q са такива, че $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BO}$ и $\overrightarrow{CQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OD}$. Ако AQ = 12 см, то дължината на CP е:

- А) 6 см Б) 12 см В) 24 см Г) не може да се определи

8 зад. Обиколката на правоъгълник е $6\frac{1}{3}$ см, а лицето му е $1\frac{2}{3}$ см². Страните на правоъгълника са :

- А) $\frac{1}{3}; \frac{2}{3}$ Б) $2\frac{1}{2}; \frac{2}{3}$ В) $\frac{1}{3}; \frac{1}{3}$ Г) друг отговор

9 зад. Трапец е описан около окръжност и вписан в окръжност. Ако едното бедро е равно на 20 см, то средната му отсечка е :

- А) 10 см Б) 20 см В) 40 см Г) друг отговор

10 зад. Разтвор съдържа 40 g сол. Ако налеем 200 g вода, концентрацията на разтвора намалява с 10 %. Каква е била концентрацията на водата в разтвора първоначално?

- А) 90 % Б) 20 % В) 40 % Г) друг отговор

(За задачи от 11 до 14 се изисква да поставите само верния отговор на задачата!)

11 зад. Опростете израза $\frac{x^2 + 4}{x\sqrt{\left(\frac{x^2 - 4}{2x}\right)^2 + 4}}$

12 зад. Вписаната в $\triangle ABC$ окръжност се допира до страната му AC в т.М, а една от външно вписаните в триъгълника окръжности се допира до страната му AC в т.Н. Намерете дължината на отсечката MN, ако AB = 6 см, BC = 7 см и AC = 5 см.

13 зад. В ромба ABCD с $\angle A = 60^\circ$ е вписана окръжност k с радиус 12 см. Намерете радиуса на окръжност k₁, която се допира до страните AB и AD на ромба и външно до окръжността k.

14 зад. За коя стойност на a и b, изразите A и B са тъждествено равни

$$A = (x - a)(x - 10) + 1, B = (x + b)^2$$

15 зад. (Изисква се пълно решение на задачата!)

Решете уравнението $a + x = (x^2 - a)^2$, където a е параметър.