



ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“

XVIII математическо състезание „Вергил Крумов“

22.11.2014 година, Силистра

VIII клас

Време за работа: 180 минути

Регламент: Задачите от 1 до 5 се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 10 се оценяват с 3 точки. Задачите от 11 до 14 се оценяват по 4 точки за посочване на верен отговор. Ако посочите „друг отговор“ се дават точки, само ако е посочен верния отговор. Задача 15 се оценява с 9 точки за пълно решение.

Задача 1. Последната цифра на числото A , където $A = 1! + 2! + 3! + \dots + 2014!$ е:

- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) друг отговор

Задача 2. Точките N и M лежат на отсечката AB и N е между A и M . Ако $AN : AB = 1 : 12$ и $AM : BN = 1 : 2$, то $AN : MN$ е равно на:

- а) 1:5 б) 2:9 в) 2:7 г) 3:4 д) друг отговор

Задача 3. Стойността на $\sqrt{3 + \sqrt{4 + \sqrt{12}} - 3\sqrt{3}}$ е:

- а) $\sqrt{3}$ б) 0 в) $1 - \sqrt{3}$ г) $\sqrt{3} - 1$ д) друг отговор

Задача 4. Колко различни правилни дробни могат да се съставят от числата $\{13; 23; 17; 7; 2015; 22; 11; 2014\}$?

- а) 28 б) 16 в) 8 г) 56 д) друг отговор

Задача 5. Стойността на израза $503^4 - 502^2(503^2 + 2 \cdot 503 + 3) + 6$ е:

- а) 507 б) 510 в) 2014 г) 2015 д) друг отговор

Задача 6. Ако $|x - 2| = p$, където $x < \sqrt{3}$, то $x - p$ е равно на:

- а) -2 б) 2 в) $2 - 2p$ г) $2p - 2$ д) друг отговор

Задача 7. В уравнението $(m - 1)x = m^2 - 1$, m е параметър. Всички стойности на m , за които даденото уравнение има единствен корен естествено число по-малко от 3 са:

- а) $m > 0$ б) $m = 1$ в) $m = 0$ г) $m \leq 0$ д) друг отговор

Задача 8. $ABCD$ е правоъгълен трапец ($\sphericalangle ACB = 90^\circ$) и $BC = \frac{1}{2}DC$. Ако диагоналът AC е

ъглополовяща на $\sphericalangle BAD$, то големината на $\sphericalangle ABC$ е:

- а) 45° б) 60° в) 15° г) 75° д) друг отговор

Задача 9. Корените на уравнението $\sqrt{5}(\sqrt{5}x^2 + 5) - (2x-3)(2x+3) + 5(\sqrt{1} - \sqrt{5}) = 9x$ са :

- а) $x_1 = 2; x_2 = 7$ б) $x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{97}}{2}$ в) $x_1 = -7; x_2 = -2$ г) $x_{1,2} = \frac{9 \pm 43}{2}$ д) друг

отговор

Задача 10. За $\triangle ABC$ е известно, че $\sphericalangle A$ е 25% от $\sphericalangle B$, а $\sphericalangle C = 33\frac{1}{3}\%$ от $\sphericalangle A$. Мярката на $\sphericalangle C$ е :

- а) 135° б) $33^\circ 45'$ в) $11^\circ 15'$ г) 45° д) друг отговор

/ За задачи от 11 до 14 се изисква да поставите само верния отговор в бланката /

Задача 11. Намерете двойките числа (x, y) , за които е изпълнено равенството

$$|x-1| + (x-2y)^2 = 4xy - 12y^2$$

Задача 12. Точките M, N, P и Q са средите на страните на четириъгълника $ABCD$, а точката O е среда на диагонала AC . Ако $OM + ON + OP + OQ = 15\text{cm}$ и $AB : BC : DC : AD = 7 : 5 : 2 : 1$, да се намери дължината на страната DC .

Задача 13. На колко е равен броят на целите положителни числа, за които уравнението $3x^2 + 8x + a = 0$ има два различни корена?

Задача 14. При деление на 246 с неизвестно естествено число се получава частно с единица по-голямо от делителя и остатък 6. Да се намери неизвестният делител.

Задача 15. /Изисква се пълно решение на задачата/

Даден е $\triangle ABC$, за който $\sphericalangle BAC : \sphericalangle ABC : \sphericalangle BCA = 1 : 3 : 8$. Симетралата на AC пресича AB в точка D , а CH е височина.

а/ Намерете ъглите на $\triangle ABC$

б/ Ако $HB = a$, намерете AD .

в/ За колко време ще се измине начупената линия $ADCHB$, ако a км се изминават за x часа,

където x е корен на уравнението $(2x+5)^2 - 3(x-1)(x+1) = 5\left(4x + 10\frac{3}{5}\right)$.

Успех!