

XVI математическо състезание „Вергил Крумов”

17.11.2012 година, Силистра

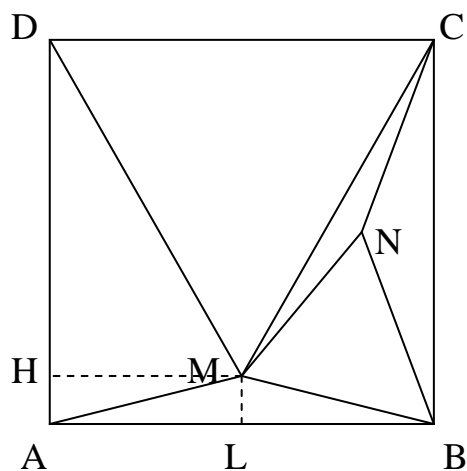
VIII клас

Отговори:

Зад.1	Зад.2	Зад.3	Зад.4	Зад.5	Зад.6	Зад.7	Зад.8	Зад.9	Зад.10
Б	Б	Г	А	Б	В	Г	Г	Г	В

Зад.11	Зад.12	Зад.13	Зад.14
134°;22°;24°	0	$c \in \{0\} \cup [1; +\infty)$	6, 7, 8

Решение на Задача 15:



а) (2т) $\triangle AMB$ и $\triangle BNC$ - равнобедрени

$\angle AMB = \angle BNC = 150^\circ \Rightarrow$ ъглите при основите на двата триъгълника

са $\frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$ /0,5т/. Тогава

- | | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1) $AB = BC$ - страни на квадрат</p> <p>2) $\angle ABM = \angle BCN = 15^\circ$</p> <p>3) $\angle BAM = \angle CBN = 15^\circ$</p> | } | <p>$\Rightarrow \triangle ABM \cong \triangle BCN \Rightarrow BM = BN$ /0,5т/</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|----------------------------------------------------------------------------------------------|

$\angle MBN = \angle ABC - \angle ABM - \angle CBN = 90^\circ - 15^\circ - 15^\circ = 60^\circ$ /0,5т/

$\Rightarrow \triangle MBN$ - равнобедрен и $\angle MBN = 60^\circ \Rightarrow$ равностранен

$\Rightarrow MN = BN = BM = AM = NC$ /0,5т/

$\Rightarrow AM = MN = NC$

б) (2т) $\angle MNC = 360^\circ - \angle BNC - \angle BNM = 360^\circ - 150^\circ - 60^\circ = 150^\circ$ /0,5т/

$$\left. \begin{array}{l} 1) AM = MN - \text{доказано в а)} \\ 2) BN = CN - \text{доказано в а)} \\ 3) \angle AMB = \angle MNC = 150^\circ \end{array} \right\} /1т/$$

$\Rightarrow \triangle MNC \cong \triangle AMB$ /0,5т/

в) (2т) От $\triangle MNC \cong \triangle AMB \Rightarrow MC = AB = BC = DC$

$\Rightarrow \triangle BMC$ - равнобедрен /0,5т/

$\angle CMB = \angle MBC = 90^\circ - \angle MBA = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$ /0,5т/

$\Rightarrow \angle MCB = 180^\circ - 2 \cdot 75^\circ = 30^\circ$

$\Rightarrow \angle DCM = 90^\circ - \angle MCB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ /0,5т/

Така $\angle DCM$ при върха на равнобедрения $\triangle CDM$ е равен на 60°

$\Rightarrow \triangle CDM$ - равностранен /0,5т/

г) (3т) Точка М лежи на симетралата ML ($L \in AB$)

т.М z S_{AB} /0,5т/

MH – височина в $\triangle AMD$ /0,5т/

$\Rightarrow ALMH$ е правоъгълник (има три прави ъгъла)

$\Rightarrow MH = AL = \frac{AB}{2}$ /0,5т/

$S_{ABCD} = AB \cdot AD$ /0,5т/

$S_{AMD} = \frac{AD \cdot MH}{2} = \frac{AD \cdot AB}{4} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$ /1т/