ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ "СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"

XVI математическо състезание „Вергил Крумов”

17.11.2012 година, Силистра

VIII клас

Време за работа: 180 минути

<u>Регламент:</u> Задачите от 1 до 5 се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 10 се оценяват с 3 точки. Задачите от 11 до 14 се оценяват по 4 точки за посочване на верен отговор. Задача 15 се оценява с 9 точки за пълно решение. Ако посочите “друг отговор”– напишете го.

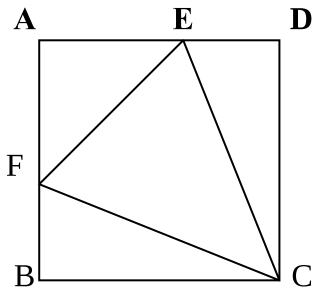
<u>1 зад.</u> Дължината на един правоъгълник е увеличена с 20%, а ширината му е намалена с 10%. Тогава лицето му се е увеличило с:

А) 2%; Б) 8%; В) 10%; Г) 20%.

<u>2 зад.</u> Ако $x+y+xy=2$ **и** $x^2+y^2+6xy=4$**, то** $x+y=?$**.**

А) 3; Б) 2; В) -1 или 4; Г) 0.

<u>3 зад.</u> В квадрата ABCD точките E и F са среди съответно на AB и AD. Отношението на лицата на триъгълниците AEF и FEC е:



А) 1:1; Б) 1:4; В) 2:3; Г)1:3.

<u>4 зад.</u> Броят на реалните корени на уравнението $x^4+\left(2-\sqrt{3}\right)x^2+2=0$ **е:**

А) 0; Б) 2; В) 3; Г) 4.

<u>5 зад.</u> След опростяване на израза $\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ **се получава**

А) $1-\sqrt{5}$; Б) $\sqrt{5}-1$; В) $\sqrt{5}-2\sqrt{3}+1$; Г) $\sqrt{5}+2\sqrt{3}-1$

<u>6 зад.</u> Стойностите на параметъра p, за които корените на уравнението $y^2-\left(1-7p^2\right)y-4=0$ **са противоположни числа, са:**

А) $\pm\sqrt{7}$; Б) $\sqrt{7}$; В) $\pm\dfrac{\sqrt{7}}{7}$; Г) $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$.

<u>7 зад.</u> Изразът $\sqrt{\dfrac{1-2a}{-2a^2-2}}$ има смисъл при

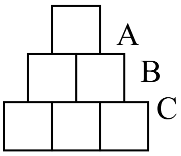
А) $a \le \dfrac{1}{2}$; Б) $a < \dfrac{2}{3}$; В) $a \ge 2$; Г) $a \ge \dfrac{1}{2}$.

<u>8 зад.</u> За ΔABC върху медианата CM е взета т.P такава, че CP : PM = 2 : 3.
Ако $S_{CPB} = 4cm^2$, то лицето на ΔABC е:

А) 12 см ^{2}; Б) 16 см ^{2}; В) 8 см ^{2}; Г) 20 см ^{2}.

<u>9 зад.</u> Надя кара колата си със 100 км/ч. Петя я изпреварва и след 10 секунди се намира на 100 м пред Надя. С колко км/ч се движи колата на Петя, ако нейната скорост е постоянна?:
А) 100 км/ч; Б) 103,6 км/ч; В)106 км/ч; Г) 136 км/ч.

<u>10 зад.</u> Във всяка от клетките е поставена по една от цифрите 1, 2, 3, 4, 5, 6 и по този начин са образувани числата A, B и C. Ако A+B=47 и B+C=358, на колко е равно A + B + C?
А) 353; Б) 361; В) 363; Г) 405.



(За задачи от 11 до 14 се изисква да поставите само верния отговор на задачата!)

<u>11 зад.</u> Даден е равнобедрен триъгълник ABC (AC=BC) с $\angle ACB = 44°$. Симетралата на страната AC пресича бедрото BC и правата AB съответно в точките P и K. Намерете ъглите на ΔPKC.

<u>12 зад.</u> Намерете стойността на израза

$$M = \left(\sqrt{8x^2} - \sqrt{\left(\sqrt{3}-x\right)\left(\sqrt{3}+x\right)}\right)\cdot\left(\sqrt{8x^2} + \sqrt{\left(\sqrt{3}-x\right)\left(\sqrt{3}+x\right)}\right) \text{ при } x = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

<u>13 зад.</u> Намерете стойността на параметъра c, за които уравнението
$cx^2 + 2(c-1)x + c - 1 = 0$ **има не повече от един реален корен.**

<u>14 зад.</u> Произведението на последователни естествени числа е 336. Намерете числата.

<u>15 зад.</u> ***(Изисква се пълно решение на задачата!)***
Даден е квадрат ABCD и вътрешни за него точки M и N такива, че триъгълниците ABM и BCN са равнобедрени и $\angle AMB = \angle BNC = 150°$. Докажете че:

а) $AM = MN = NC$

б) $\Delta MNC \cong \Delta AMB$

в) ΔCDM е равностранен

г) лицето на квадрата ABCD е 4 пъти по-голямо от лицето на ΔADM