

Математическо състезание „Вергил Крумов”
20.11.2010 година, Силистра

VIII клас

Отговори:

Зад.1	Зад.2	Зад.3	Зад.4	Зад.5	Зад.6	Зад.7	Зад.8	Зад.9	Зад.10
В	Г	Г	А	В	Г	В	Б	Б	А

Зад.11	Зад.12	Зад.13	Зад.14
$\alpha = 45^\circ, \beta = 45^\circ$	6	$-1 \pm \sqrt{5}$	16

Решение на Задача 15:

$$\text{а) } \frac{b^2 + b + 1}{b + 2} = \frac{b^2 + 4b + 4 - 3b - 3}{b + 2} = \frac{(b + 2)^2 - 3(b + 1)}{b + 2} = b + 2 - \frac{3(b + 1)}{b + 2}$$

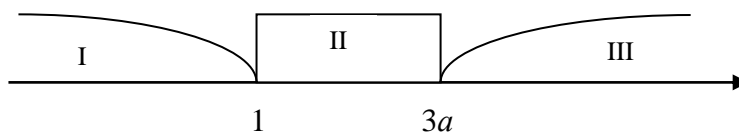
$$b + 2 > b + 1 \Rightarrow b + 2/3 \Leftrightarrow b + 2 = 1 \quad \text{или} \quad b + 2 = 3$$

$$b = -1 \notin N \qquad \qquad \qquad b = 1 \in N$$

Отг. $b = 1$

$$\text{б) } |x - 3a| + |x - 1| = x + 1$$

$$a \in N \Rightarrow 3a > 1$$



Исл. $x \in (-\infty; 1)$

$$-(x - 3a) - (x - 1) = x + 1$$

$$x = a \notin (-\infty; 1)$$

Псл. $x \in [1; 3a]$

$$-(x - 3a) + (x - 1) = x + 1$$

$$x = 3a - 2 \in [1; 3a]$$

Шсл. $x \in (3a; +\infty)$

$$(x - 3a) + x - 1 = x + 1$$

$$x = 3a + 2 \in (3a; +\infty)$$

Решенията на уравнението са: $x_1 = 3a - 2$
 $x_2 = 3a + 2$

$$x_1 = 3a - 2$$

$$x_1^2 + 2 = (3a - 2)^2 + 2 = 9a^2 - 2.6a + 4 + 2 = 9a^2 - 12a + 6 = 3(3a^2 - 4a + 2)$$

това число е просто при $a \in N$, ако $3a^2 - 4a + 2 = 1$

$$3a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$a_1 = 1, a_2 = \frac{1}{3} \notin N$$

$$x_2 = 3a + 2$$

$$x_2^2 + 2 = (3a + 2)^2 + 2 = 9a^2 + 2.6a + 4 + 2 = 9a^2 + 12a + 6 = 3(3a^2 + 4a + 2)$$

това число е просто при $a \in N$, ако $3a^2 + 4a + 2 = 1$

$$3a^2 + 4a + 1 = 0$$

$$a_1 = -1, a_2 = -\frac{1}{3} \notin N$$

Отговор: При $a = 1$, $x_1^2 + 2$ е просто