



# ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“

## XVIII математическо състезание „Вергил Крумов“

22.11.2014 година, Силистра

### XII клас

Време за работа: 180 минути

Регламент: Задачите от 1 до 5 се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 10 се оценяват с 3 точки. Задачите от 11 до 14 се оценяват по 4 точки за посочване на верен отговор. Ако посочите „друг отговор“ се дават точки, само ако е посочен верния отговор. Задача 15 се оценява с 9 точки за пълно решение.

**Задача 1.** За функцията  $f(x) = \lg \frac{1-x}{1+x}$  намерете стойностите на  $x$ , за които

$$f(x) + f(-x) = 0$$

- а)  $x \in (-1; 1)$    б)  $x \in [0; 1)$    в)  $x \in (-1; 0)$    г)  $x \in (-\infty; +\infty)$    д) друг отговор

**Задача 2.** За редицата  $a_n = \cos(n+1)\pi - \cos n\pi$ , сумата  $a_1 + a_2 + \dots + a_{2014}$  е равна на:

- а) -2   б) 0   в) 2   г) 1   д) друг отговор

**Задача 3.** Допустимите стойности на  $x$  от израза  $\log_{-x}(3^x + 3^{1-x} - 4)$  са:

- а)  $x \neq -1$    б)  $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$    в)  $(-\infty; -1) \cup (-1; 0)$    г)  $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$    д) друг отговор

**Задача 4.** Решенията на уравнението  $f(x^2+1) - f(x-5) = -24$ , където  $f(x) = x^2 + 1$  са:

- а) 2 и 1   б) 3 и -1   в)  $\emptyset$    г) -2 и 0   д) друг отговор

**Задача 5.** Произведението от локалните екстремуми на функцията  $f(x) = x^3 - 12x$  е равно на:

- а) -4   б) -256   в) -16   г) 4   д) друг отговор

**Задача 6.** За  $\triangle ABC$   $AB = 2\text{cm}$ ,  $\sphericalangle BAC = \frac{\pi}{8}$ ,  $\sphericalangle ABC = \frac{5\pi}{8}$ . Лицето на  $\triangle ABC$  е равно на:

- а)  $1\text{ cm}^2$    б)  $2\text{ cm}^2$    в)  $9\text{ cm}^2$    г)  $4\text{ cm}^2$    д) друг отговор

**Задача 7.** В една кутия има 3 бели и 4 черни топки. Първо изваждаме една топка, виждаме цвета ѝ и веднага я връщаме, след което отново изваждаме една топка. Каква е вероятността едната топка да е бяла, а другата да е черна?

- а)  $\frac{7}{12}$    б)  $\frac{3}{4}$    в)  $\frac{9}{49}$    г)  $\frac{12}{49}$    д) друг отговор

**Задача 8.** Най – малкото естествено число , което удовлетворява неравенството  $\frac{1}{4} \log_2^{(x-3)} < 2$  е:

- а) 1                      б) 2                      в) 3                      г) 4                      д) друг отговор

**Задача 9.** Да се намери  $\cos 2x$  , ако  $9^{\sin^2 x} + 9^{\cos^2 x} = 6$  .

- а) 1                      б) 0,5                      в) 0                      г) -1                      д) друг отговор

**Задача 10.** Ако  $10^a = 25$  , то  $\log_4 \frac{1}{5}$  е равно на :

- а)  $\frac{a}{4-2a}$                       б)  $\frac{a}{2a-4}$                       в)  $\frac{a}{2-a}$                       г)  $\frac{a-2}{4a}$                       д) друг отговор

*/ За задачи от 11 до 14 се изисква да поставите само верния отговор в бланката /*

**Задача 11.** Намерете границата  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x-2} + \sin(x-2)}{x^3 - 4x}$  .

**Задача 12.** В урна има 1 бяла и  $n$  черни топки. Ако вероятността при изваждане на 3 топки измежду тях да е бялата е равна на  $\frac{3}{8}$  , намерете  $n$  .

**Задача 13.** Намерете всички двойки числа  $(x; y)$  , за които  $(\log_3 5)^{\sqrt{x-2y+1}} = (\log_5 3)^{\sqrt{x^2-y^2+5y-3}}$  .

**Задача 14.** При  $\alpha \neq \frac{k\pi}{2}$  стойността на израза  $\frac{1 - \cos^6 \alpha - \sin^6 \alpha}{\sin^2 2\alpha}$  е равна на.....

**Задача 15.** */Изисква се пълно решение на задачата/*

Дадена е функцията  $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+1}}$

а) намерете множеството от стойностите на функцията;

б) Решете уравнението  $\sin(\pi f(x)) = 0$  .

*Успех!*