



ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ "СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"

Математическо състезание „Вергил Крумов”

19.11.2011 година, Силистра

ХІІ клас

Време за работа: 120 минути

Регламент: Задачите от 1 до 5 се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 10 се оценяват с 3 точки. Задачите от 11 до 14 се оценяват по 4 точки за посочване на отговор. Задача 15 се оценява с 9 точки за пълно решение. Ако посочите „друг отговор” – напишете го.

1 задача: Числото 1 не е корен на неравенството:

- А) $x^3 - 1 \leq 0$ Б) $\frac{x^2 - 1}{x - 1} \geq 0$ В) $\frac{2x^2 - x - 1}{x - 2} \geq 0$ Г) друг отговор

2 задача: Вероятност на случайно събитие може да бъде числото:

- А) $\log_3 \frac{1}{3}$ Б) $\cos \frac{5\pi}{4}$ В) друг отговор Г) 3^{-2}

3 задача: В $\triangle ABC$ е вписан квадрат $KLMN$ така, че страната му KL лежи на AB , а M и N лежат съответно на страните BC и CA . Ако $AB = 6$, а лицето на триъгълника е 36, то лицето на квадрата е:

- А) 4 Б) 20; В) 16 Г) друг отговор

4 задача: Даден е квадрат $ABCD$ със страна 2, а точка M е среда на CD . Ако P е пресечната точка на AM и BD , то лицето на $\triangle ABP$ е равно на:

- А) 2 Б) $\frac{4}{3}$ В) 1 Г) друг отговор

5 задача: Решенията на уравнението: $1 + \log_6 \frac{x+3}{x+7} = \frac{1}{2} \log_6 (x^2 - 2x + 1)$ са:

- А) -11; -5; -1; Б) -11; -5; -1; 5 В) -11; -1; 5 Г) друг отговор

6 задача: Решението на неравенството $\sqrt{2x+3} > x$ е:

- А) $x \in [-1,5;3)$ Б) $x \in [-1,5;0)$ В) $(0;3)$ Г) друг отговор

7 задача: Най-малката и най-голямата стойност на функцията $f(x) = x^2 - 5x + 6$ в интервала $x \in [1;5]$ са съответно:

- А) $\frac{5}{2}$ и 5 Б) $-\frac{1}{4}$ и 6 В) 1 и $\frac{5}{2}$ Г) друг отговор

8 задача: Броят на целите числа, които са решения на неравенството

$$\frac{x^2 - 4x + 3}{x(1-x)} \geq 0 \quad \text{и принадлежат на интервала } [-2;2] \text{ е:}$$

А) 1 Б) 2 В) 3 Г) друг отговор

9 задача: Ако $a = \lg 13$, $b = \frac{1}{2}(2 + \lg 1,69)$, то :

А) $a < b$ Б) $a > b$ В) $a = b$ Г) друг отговор

10 задача: Ако $\sin 2\alpha = -1$, то стойността на израза $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ е равен на:

А) 0,5 Б) 0 В) 1 Г) друг отговор

11 задача: Стойността на реалния параметър a , за която функцията

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}, & \text{ако } x \in (-3;1) \\ 3^{2a+1} - 24, & \text{ако } x = 1 \\ \frac{x-1 + 2\sin(x-1)}{\sin(x-1)}, & \text{ако } x \in (1;4] \end{cases}$$

е непрекъсната в точката $x = 1$ е: _____

12 задача: Дадена е функцията $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(6-3a)x^2 - 2(a+4)x + 8$, където a е реален параметър. Стойността на a , за която е изпълнено равенството

$$\frac{1}{f(0)} [f''(-2) - f'(-1)] = -\frac{1}{8} \quad \text{е: _____}$$

13 задача: Правоъгълните триъгълници ABC и ABD имат обща хипотенуза AB като точките C и D са в различни полуравнини относно AB . Ако $\angle DAC = 45^\circ$ и $AB = 6\sqrt{2}$, сборът от квадратите на диагоналите на четириъгълника $ADBC$ е равен на: _____

14 задача: Иван написал на картончета цифрите от 1 до 9 по следния начин: цифрата 1 на две картончета, цифрата 2 на три картончета, цифрата 3 на четири картончета и т. н. След това сложил картончетата в кутия. Вероятността на първото произволно изтеглено картонче да има нечетна цифра е : _____

15 задача: Даден е правилен шестоъгълник $ABCDEF$, точка N е среда на страната BC . Правата AN пресича описаната около шестоъгълника окръжност в точка P . Да се намери $\cot g\angle PBC$.

ОТГОВОРИ:

1	2	3	4	5
Б	Г	В	Б	В
6	7	8	9	10
А	Б	А	В	А
11	12	13	14	15
$a = 1$	$a = 1$	108	$\frac{5}{9}$	$3\sqrt{3}$