



# ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ "СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"

## Математическо състезание „Вергил Крумов”

20.11.2010 година, Силистра

### XII клас

Време за работа: 120 минути

Регламент: Задачите от 1 до 5 се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 10 се оценяват с 3 точки. Задачите от 11 до 14 се оценяват по 4 точки за посочване на отговор. Задача 15 се оценява с 9 точки за пълно решение. Ако посочите друг отговор – напишете го.

1 зад. Допустимите стойности на променливата  $x$  в израза  $\frac{x^2 - 1}{x + 1} : \frac{\lg x}{x^2 - 3}$  са:

- А)  $x \neq -1; \pm\sqrt{3}$       Б)  $x \neq \pm\sqrt{3}$       В)  $x \neq \pm 1; \pm\sqrt{3}$       Г) друг отговор

2 зад. Стойността на границата  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \log_2 \left( 1 - \frac{1}{x^2} \right)}{3 - x}$  е:

- А)  $\frac{1}{3}$       Б)  $+\infty$       В) 1      Г) 0

3 зад. Решението на неравенството  $(x + 1)\sqrt{6 + x - x^2} < 0$

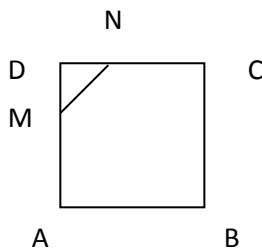
- А)  $x \in (-2; 3)$       Б)  $x \in (-2; -1)$       В)  $x \in (-1; 3)$       Г)  $x \in (-\infty; -2)$

4 зад. За кои стойности на  $x$  е в сила  $\left(\frac{1}{5}\right)^x \in (0; 1)$

- А)  $x \in (0; \frac{1}{5})$       Б)  $x \in (\frac{1}{5}; +\infty)$       В)  $x \in (0; +\infty)$       Г)  $x \in (-\infty; 1)$

5 зад. MN дели квадрата ABCD на части, чиито лица се отнасят както 3:22. На колко е равно отношението AM:MD?

- А) 3:2      Б) 3:4  
В) 4:5      Г) 2:5



**6 зад.** За геометрична прогресия е известно, че  $v_5 - v_3 = 12$  и  $v_7 - v_5 = 56$ . Тогава  $v_9 - v_7$  е:

- А) 25                      Б) 192                      В) 64                      Г) друг отговор

**7 зад.** От цифрите 1, 3, 5 и 7 са съставени всички възможни двуцифрени числа. Каква е вероятността случайно избрано число да е просто?

- А)  $\frac{1}{2}$                       Б)  $\frac{9}{16}$                       В)  $\frac{7}{16}$                       Г)  $\frac{5}{16}$

**8 зад.** Ако  $f(x-3) = x^2 - 2x - 3$ , то стойността на  $f(x) - f'(x)$  е:

- А)  $x^2 - 2x - 3$                       Б)  $x^2 + 2x - 4$                       В) друг отговор                      Г)  $x^2 - 2x$

**9 зад.** Сборът от екстремумите на  $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$  е:

- А) 0                      Б) -4                      В) -12                      Г) -20

**10 зад.** Ако  $2^x = 15$  и  $15^y = 32$ , то  $xy$  е:

- А) 2                      Б) 5                      В) 15                      Г) 32

**11 зад.** Кой е общия член на редицата  $\frac{1}{2}, -\frac{2}{5}, \frac{3}{10}, -\frac{4}{17}, \dots$

**12 зад.** Нека  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos^2 x}{4x^2}, & \text{ако } x \neq 0 \\ b, & \text{ако } x = 0 \end{cases}$

За кои стойности на  $b$ ,  $f(x)$  е непрекъсната в т.  $x=0$

**13 зад.** ABCD е трапец и през средата т. N на бедрото BC е построен перпендикуляр MN към другото бедро. Ако  $MN = AD = a$ , да се намери лицето на трапеца.

**14 зад.** Намерете уравнение с цели коефициенти, което има корен  $\sqrt{7} - \sqrt{5}$

**15 зад.** Да се намери най-малката стойност на израза  $\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-3)^2}$