



ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“

XX математическо състезание „Вергил Крумов“

19.11.2016 година, Силистра

ХІІ клас

Време за работа: 120 минути

Регламент: За верен отговор на всяка задача от 1 до 4 включително - по 5 точки, за верен отговор на всяка задача от 5 до 9 включително - по 7 точки. Задача 10 изисква пълно решение. Максималният брой точки е 15. При посочване на „друг отговор“ е задължително той да бъде изписан.

1 зад. Кои от функциите са дефинирани за всяко x ?

$$1) y = \log_{|x|} 7 \quad 2) y = \sqrt{3^{-x} + 3} \quad 3) y = \frac{1}{\lg(x^2 + 1)} \quad 4) y = 2^{\sqrt{x}} \quad 5) y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}}$$

А) 1 и 2 Б) 2 и 5 В) 3 и 4 Г) друг отговор

2 зад. Броят на корените на уравнението $\operatorname{tg}^2 x = 1$ в интервала $[0; 2\pi]$ е:

А) 2 Б) 3 В) 4 Г) друг отговор

3 зад. Сборът $3 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{8} + \frac{3}{16} - \frac{1}{32} + \frac{3}{64} - \dots + \frac{3}{2^{2n}} - \frac{1}{2^{2n+1}} + \dots$ е:

А) $\frac{18}{7}$ Б) $\frac{18}{5}$ В) $\frac{8}{3}$ Г) друг отговор

4 зад. Ако $(x; y)$ е решение на системата $\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = \frac{1}{9} \\ y - x = 2 \end{cases}$, то $x + y$ е равно на :

А) 0 Б) -2 В) 2 Г) друг отговор

5 зад. Най- голямата стойност на функцията $f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x$ е равна на:

А) 2 Б) $1 - \sqrt{3}$ В) 1 Г) друг отговор

6 зад. Сборът от корените на уравнението $\frac{(\sqrt{3^x})^x}{\sqrt[3]{\sqrt{64}}} \cdot 9^x = \frac{\sqrt[4]{27}}{2}$ е:

А) 2 Б) 0 В) -4 Г) друг отговор

7 зад. Ако $\log_2 5 = a$ и $\log_4 3 = b$, то $\log_3 5$ е равен на:

- А) ab Б) $\frac{2a}{b}$ В) $\frac{b}{a}$ Г) друг отговор

8 зад. Ако x_1 и x_2 са реалните корени на уравнението $x^2 - (m+1)x + 2 = 0$, то стойността на параметъра m , за която $\lg(x_1 + x_2) = 2\lg x_1 + 2\lg x_2$ е:

- А) 3 Б) 2 В) 1 Г) друг отговор

9 зад. Намерете координатите на пресечните точки с оста $O\vec{x}$ на тези допирателни към графиката на функцията $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$, които образуват ъгъл $\frac{3\pi}{4}$ с $O\vec{x}$.

- А) (5;1) Б) (5;-3), (-1;1) В) (5;3) и (1;-1) Г) друг отговор

10 зад. Дадена е функцията $f(x) = ax^3 + bx^2 - 6ax - 2b + 1$

А) Да се намерят числата a и b , ако $f(x)$ има локален минимум при $x = 2$ и локален максимум, равен на 14.

Б) При $a = 2$ и $b = -3$ да се намерят най-голямата и най-малката стойност на $f(x)$ в множеството от решенията на неравенството $9^{x+1} - 28 \cdot 3^x + 3 \leq 0$.

УСПЕХ!