ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ "СВЕТИ КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"

Математическо състезание за ученици от II до XII клас

19 ноември 2016 година

11 КЛАС

1 з.	Б	
2 з.	Б	
3 з.	В	
4 з.	В	
5 з.	А	
6 з.	А	
7 з.	Б	
8 з.	Г	$32\frac{1}{4}$
9 з.	Г	$x \in (-1;+\infty) \cup \{-2\}$

Решение на задача 10:

а/записване условието за геометрична прогресия $\left| \begin{array}{l} a_1q + a_1q^4 - a_1q^3 = 10 \\ a_1q^2 + a_1q^5 - a_1q^4 = 20 \end{array} \right. (1m)$

намиране на $a_1 = 1(3m)$

записване на даденото уравнение $x^4 - 4x^2 = 0(1m)$

получаване на корените $x_{1,2} = \pm 2(2m)$ получаване на корените $x_3 = x_4 = 0(1m)$

б/полагане $\begin{array}{l} t = x^2 \ge 0 \\ t^2 - 2(a^2+1)t + (a^2-1)^2 = 0(1m) \end{array}$

1 начин

$D = 4a^2$ или $D = 16a^2\,(2m)$

$t_{1,2} = (a \pm 1)^2 \ge 0(1m)$

$x_{1,2} = \pm(a+1)(1m)$

$x_{3,4} = \pm(a-1)(1m)$

извод: $a \neq 0; \pm 1(1m)$ четири различни корена

2 начин

за да има 4 различни корена биквадратното уравнение, квадратното уравнение за t, трябва да има 2 положителни корена $(2m)$

от формулите на Виет $\left| \begin{array}{l} t_1 + t_2 > 0 \\ t_1t_2 > 0 \\ D > 0 \end{array} \right. \quad (1m)$

$\left| \begin{array}{l} 2(a^2+1) > 0 \\ (a^2-1)^2 > 0\ (2m) \\ a^2 > 0 \end{array} \right.$

извод: решенията на системата са всяко $a \neq 0; \pm 1(1m)$