



ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ "СВЕТИ КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"

Математическо състезание за ученици от IV до XII клас

22 ноември 2014 година

Отговори на 11 клас

1 В	2 Г	3 Д $(-\infty; -1) \cup (0; 1)$	4 А	5 В
6 Б	7 Г	8 Г	9 Б	10 А
11 $(-3; -1)$ $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$	12 $a \in (-1; 7)$	13 $\frac{3}{4}$	14 $(0; 1)$	

Решение на задача 15:

Условието на задачата се свежда до $2a \cdot 4^{2x-x^2-2} = 3 + 16^{2x-x^2-2}$ полагаме $4^{2x-x^2-2} = t, t > 0$

Преобразуваме до $t^2 - 2at + 3 = 0$

Разглеждаме функцията $f(x) = -x^2 + 2x - 2$ и намираме най-голямата ѝ стойност

$$\max f(x) = f(1) = -1$$

$$\text{Извод } t = 4^{f(x)} \in \left(0; \frac{1}{4}\right]$$

Извод: Условието е равносилно с това квадратното уравнение $t^2 - 2at + 3 = 0$ да има поне един

корен в интервала $\left(0; \frac{1}{4}\right]$

$$\text{Отговор: } a \in \left[\frac{49}{8}; +\infty\right)$$