



ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“

XVIII математическо състезание „Вергил Крумов“

22.11.2014 година, Силистра

XI клас

Време за работа: 180 минути

Регламент: Задачите от 1 до 5 се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 10 се оценяват с 3 точки. Задачите от 11 до 14 се оценяват по 4 точки за посочване на верен отговор. Ако посочите „друг отговор“ се дават точки, само ако е посочен верния отговор. Задача 15 се оценява с 9 точки за пълно решение.

Задача 1. Последната цифра на числото A , където $A = 1! + 2! + 3! + \dots + 2014!$ е:

- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) друг отговор

Задача 2. Посочете най – голямото измежду числата:

- а) $\operatorname{tg} 720^\circ$ б) $\cos 270^\circ$ в) $\sin 2014^\circ$ г) $\cot g(-135^\circ)$ д) $\operatorname{tg}(-225^\circ)$

Задача 3. Решенията на $x^{-1} > x$ са :

- а) $(0;1]$ б) $(0;1)$ в) $(-1;1)$ г) $(0;2)$ д) друг отговор

Задача 4. Редицата $\{a_n\}$ е геометрична прогресия с $a_8 = 384$ и частно 2. Сумата на първите 5 члена е:

- а) 93 б) 27 в) 81 г) $\frac{5}{2}$ д) друг отговор

Задача 5. Стойността на израза $\log_3 81 + \log_{\frac{1}{5}} 5 + \frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} 2 + \lg 0,0001$ е равна на :

- а) 10 б) 8 в) 0 г) 2 д) друг отговор

Задача 6. Броят на целите числа, които са решения на неравенството $\sqrt{x^2 - x - 2} \cdot (x^2 - 5x) \leq 0$ са:

- а) 6 б) 5 в) 4 г) 3 д) друг отговор

Задача 7. В урна има 3 бели и 8 черни топки. Броят на различните начини по които могат да се изтеглят 5 топки от които 2 да са бели е:

- а) 68 б) 186 в) 200 г) 168 д) друг отговор

Задача 8. Ако $a = \lg 25$, то $\log_4 \frac{1}{5}$ е равно на :

- а) $\frac{a}{4-2a}$ б) $\frac{a}{2-a}$ в) $\frac{a-2}{4a}$ г) $\frac{a}{2a-4}$ д) друг отговор

Задача 9. Редицата $\{a_n\}$ е аритметична прогресия със сума на първите n члена S_n . Ако $S_5 : S_3 = 25 : 9$, то $a_5 : a_3$ е :

- а) 8:5 б) 9:5 в) 5:9 г) 5:8 д) друг отговор

Задача 10. Ако $\operatorname{tg} 11^\circ = a$, да се изрази $\operatorname{tg} 2014^\circ$ чрез a

- а) $\frac{1-a}{1+a}$ б) $\frac{1+a}{a-1}$ в) $\frac{a+1}{1-a}$ г) $\frac{a}{a-1}$ д) друг отговор

/ За задачи от 11 до 14 се изисква да поставите само верния отговор в бланката /

Задача 11. Намерете всички двойки числа $(x; y)$, за които $(\log_3 5)^{\sqrt{x-2y+1}} = (\log_5 3)^{\sqrt{x^2-y^2+5y-3}}$.

Задача 12. За кои стойности на параметъра a неравенството $\frac{2-ax-x^2}{1-x+x^2} < 3$ е изпълнено за всяко x .

Задача 13. При $\alpha \neq \frac{k\pi}{2}$ стойността на израза $\frac{1-\cos^6 \alpha - \sin^6 \alpha}{\sin^2 2\alpha}$ е равна на.....

Задача 14. Решенията на неравенството $\frac{x^2-x}{x-\sqrt{x}} < 6$ са.....

Задача 15. */Изисква се пълно решение на задачата/*

Да се намерят стойностите на реалния параметър a , за които съществува реално число x , такова че числата $3, a4^{2x-x^2-2}, 16^{2x-x^2-2}$, взети в този ред да образуват аритметична прогресия.

Успех!