



ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ "СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"

XVI математическо състезание „Вергил Крумов”
17.11.2012 година, Силистра

XI клас

Време за работа: 180 минути

Регламент: Задачите от 1 до 5 се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 10 се оценяват с 3 точки. Задачите от 11 до 14 се оценяват по 4 точки за посочване на верен отговор. Задача 15 се оценява с 9 точки за пълно решение. Ако посочите друг отговор – напишете го.

1 зад. Решенията на уравнението $\frac{x^2}{\sqrt{2x-1}} = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$ са:

- А) 1 Б) -1 В) няма решения Г) ± 1

2 зад. Дефиниционното множество на функцията $f(x) = \frac{x^2 \cdot \sqrt{x+\sqrt{2}}}{\sqrt{x+1}} \cdot \frac{(x+1) \cdot x}{x^2-2}$ е:

- А) $x \neq \pm\sqrt{2}; -1$; Б) $x \in (-1; +\infty)$; В) $x \in (-1; \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$; Г) $x \in (-1; 0) \cup (0; \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$.

3 зад. За числовата редица с общ член $a_n = \frac{(-1)^{n+1} \cdot n}{-n^2}$, a_{13} е:

- А) 1 Б) $-\frac{1}{13}$ В) $\frac{1}{13}$ Г) -1

4 зад. За правоъгълния триъгълник ABC отношението на катетите е $a:b=3:4$. Отношението на радиуса на вписаната в триъгълника окръжност r към хипотенузата е:

- А) 1:5 Б) 2:5 В) 3:5 Г) невъзможно да се определи

5 зад. Да се посочи стойността на $\operatorname{tg} \frac{\pi}{12}$, ако е известно, че тя е стойността на един от корените на уравнението $x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0$

- А) -1 Б) 1 В) $2 + \sqrt{3}$ Г) $2 - \sqrt{3}$

6 зад. Бедрото на равнобедрен триъгълник ABC $|AC=BC|$ е 28, а центърът на вписаната окръжност дели ъглополовящата на ъгъла при върха C на отсечки в съотношение 4:1, считано от върха. Периметърът на този триъгълник е:

A) 35

Б) 70

B) 140

Г) 80

7 зад. Ако $tgx = \sqrt{2}$, то стойността на израза $\frac{\sin x - \cos x}{2 \sin x + 3 \cos x}$ е:

A) $7 - 5\sqrt{2}$ Б) $5\sqrt{2} - 7$ B) $2\sqrt{2} + 3$

Г) друг отговор

8 зад. Ако $x \in (0; \frac{\pi}{2})$, коя е най-малката стойност на $tgx + \cot gx$?

A) 0

Б) 1

B) -2

Г) 2

9 зад. За кои стойности на $a \in R, x = \pm 2; \pm 3$ са корени на уравнението

$$(a^2 - a)x^2 + ax + a^3 + a^2 + a = 0?$$

A) $a = -1$ Б) $a = 0$ B) $a = 1$ Г) $\forall a \in R$

10 зад. Ако $a_n \neq 4$ и границата на редицата $\{a_n\}$ е 4, то границата на $\frac{a_n^2 - 6a_n + 8}{a_n^2 - 5a_n + 4}$ е:

A) $\frac{1}{3}$ Б) $\frac{2}{3}$

B) 2

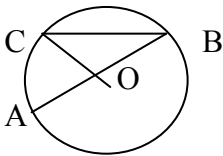
Г) 0

(За задачи от 11 до 14 се изисква да поставите само верния отговор на задачата!)

11 зад. Сравнете с 0 числото $A = \log_{\frac{1}{5}} 126^{-1} - \log_{3^{-1}} \frac{1}{26}$

12 зад. От 36 ученици в 11 клас, всеки от които изучава поне един чужд език, 24 учат английски, 20 учат немски и 16 - френски език. Двама ученици учат само френски и немски, 10 - само френски и английски и 8 - само немски и английски. Вероятността случайно избран ученик да изучава и трите езика е ...

13 зад. На чертежа е дадена окръжност $k(O; 10)$, $\angle ABC = 30^\circ$, $\angle OCB = 45^\circ$. Намерете дължината на хордата АВ.



14 зад. За кои стойности на a съществува b такова число, че числата $4 + 25^b$, a , 5^{-b} са последователни членове на геометрична прогресия.

15 зад. (Изисква се пълно решение на задачата!)

В $\triangle ABC$ със страна $AB = \sqrt{10}$, I е центърът на вписаната окръжност, $AI = 2$, $BI = \sqrt{2}$. Да се намери лицето на $\triangle ABC$.