



# ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ "СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"

## Математическо състезание „Вергил Крумов”

19.11.2011 година, Силистра

### XI клас

Време за работа: 120 минути

**Регламент:** Задачите от 1 до 5 се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 10 се оценяват с 3 точки. Задачите от 11 до 14 се оценяват по 4 точки за посочване на отговор. Задача 15 се оценява с 9 точки за пълно решение. Ако посочите друг отговор – напишете го.

1 зад. Решенията на неравенството  $0.008^{x^2} > 0.2^{12x-9}$  са:

- A)  $x \in (1; 3)$       B)  $x \in (-\infty, 1)$       B)  $x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$       Г) друг отговор

2 зад. Дефиниционното множество на функцията  $\log_{|x|}(9 - x^2)$  е:

- A)  $(-3; 3)$       B)  $(-3; 0) \cup (0; 3)$       B)  $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$       Г)  $(-3, ; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 3)$

3 зад. От математическите паралелки има 5 момичета и 6 момчета, които искат да отидат на състезание в Созопол. По колко начина може да се сформира отбор от 2 момичета и 3 момчета измежду тях?

- A)  $C_5^2 \cdot C_6^3$       B)  $C_5^2 + C_6^3$       B)  $C_{11}^5$       Г) друг отговор

4 зад. Корените на уравнението  $\sqrt{2-x} - \sqrt{5-x} = \sqrt{2x-1}$  са:

- A) 1      B) 2      B) 1; 2      Г) няма корени

5 зад. За кои стойности на естественото число  $n$  е вярно равенството:

$$3C_n^3 + 3V_{n-1}^2 = V_{n-1}^4$$

- A)  $n=3$       B)  $n=3$  и  $n=6$       B)  $n=6$       Г) друг отговор

6 зад. В равнобедрен  $\triangle ABC$  центърът на вписаната окръжност  $I$  дели ъглополовящата  $CL$  в отношение 5:3, считано от върха. Ако основата  $AB=12$  см, то радиусът на тази окръжност е:

- A) 4 см      B) 3 см      B) 6 см      Г) друг отговор

7 зад. Решенията на неравенството  $3\sqrt{6+x-x^2} + 2 > 4x$  са:

- A)  $x \in (-\infty; 2)$       B)  $x \in [-2; 2)$       B)  $x \in (\frac{1}{2}; +\infty)$       Г) друг отговор

8 зад. Равнобедрен трапец с основи 12 см и 8 см е описан около окръжност. Синусът на острия му ъгъл е:

- А)  $2\sqrt{6}$ ;                      Б)  $0,4\sqrt{6}$ ;                      В) 0,2;                      Г) друг отговор.

9 зад. Корените на уравнението  $|3-x|^{4x-3} = |x-3|$  са:

- А) 2 и 4;                      Б) 2; 4 и 3;                      В) 2; 4 и 1;                      Г) друг отговор.

10 зад. Броят на целите числа, които са решения на неравенството  $x^4(7-x)(x-2)^2(2x+1)^3 \geq 0$  е:

- А) 4;                      Б) 6;                      В) 8;                      Г) друг отговор.

11 зад. Човек вложил 2000 лв. на срочен 3-месечен депозит при годишна лихва от 8%. Изтеглил натрупаната сума след 9 месеца. Колко е изтеглил?

12 зад. Решенията на уравнението  $(\sqrt{2+\sqrt{3}})^x + (\sqrt{2-\sqrt{3}})^x = 4$  са: ...

13 зад. Даден е остроъгълен  $\Delta ABC$  със страни  $AC=5$  и  $BC=7$  и радиус на описаната окръжност  $R = \frac{7}{\sqrt{3}}$ . Дължината на  $AB$  е: ...

14 зад. Намерете най-малката и най-голямата стойности за  $f(x)=2x^2-3x+2$  в интервала  $[0; 1]$ .

15 зад. В остроъгълен триъгълник  $\Delta A_1B_1C_1$  е вписан ромб  $A_1D_1B_2A_2$  така, че  $\angle A_1$  е общ за триъгълника и ромба, точка  $B_2 \in B_1C_1$ . После в  $\Delta A_2B_2C_1$  е вписан ромб  $A_2D_2B_3A_3$ , като  $\angle A_2$  е общ,  $B_3 \in B_2C_1$  и т. н. до безкрайност вписваме ромбове в триъгълниците  $A_nB_nC_1$ . Ако отношението  $A_1C_1 : A_1B_1 = 5:3$  и дължината на ъглополовящата на  $\angle C_1A_1B_1$  в  $\Delta A_1B_1C_1$  е  $l$ , намерете сумата от големите диагонали във всички ромбове.