Математическо състезание „Вергил Крумов”
20.11.2010 година, Силистра

XI клас

Отговори:

Зад.1	Зад.2	Зад.3	Зад.4	Зад.5	Зад.6	Зад.7	Зад.8	Зад.9	Зад.10
Б	В	А	Г	Б	А	Б	В	Б	Б

Зад.11	Зад.12	Зад.13	Зад.14
1	$\frac{336}{25}$	920	$-\frac{49}{24}$

Решение на Задача 15:

Да разгледае по-общата задача: $S_n = 9+99+999+\ldots+99\ldots9$ **(последното число съдържа *n* цифри), или** $S_n = 9(1+11+111+\ldots+11\ldots1)$**. Да означим с** a_n **=11...1 (*n* цифри). Тогава** $a_n = 1+10+10^2+10^3+\ldots10^n = \frac{10^n-1}{9}$**. Тук съобразихме че** a_n **представлява сума на геометрична прогресия с първи член 1 и частно 10. Тогава търсената сума е равна на** $S_n = 9(1+11+111+\ldots+11\ldots1) = 9\frac{1}{9}[(10-1)+(10^2-1)+\ldots(10^n-1)] = 10+10^2+\ldots10^n-n$**. Като имаме предвид , че първите n събираеми са сума на геометрична прогресия, получаваме** $S_n = \frac{10^{n+1}-9n-10}{9}$**. Сега лесно се намира** S_{2010}**=**$\frac{10^{2011}-9.2010-10}{9}$