



# ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“

## XVIII математическо състезание „Вергил Крумов“

22.11.2014 година, Силистра

X клас

Време за работа: 180 минути

Регламент: Задачите от 1 до 5 се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 10 се оценяват с 3 точки. Задачите от 11 до 14 се оценяват по 4 точки за посочване на верен отговор. Ако посочите „друг отговор“ се дават точки, само ако е посочен верния отговор. Задача 15 се оценява с 9 точки за пълно решение.

**Задача 1.** Последната цифра на числото  $A$ , където  $A = 1! + 2! + 3! + \dots + 2014!$  е:

- а) 1      б) 2      в) 3      г) 4      д) друг отговор

**Задача 2.** Ако диагоналите на ромб се увеличат с 10%, то лицето му ще се увеличи с:

- а) 10%      б) 11%      в) 21%      г) 31%      д) друг отговор

**Задача 3.** Допустимите стойности на  $x$  от израза  $\sqrt{(3x+2)^2 - 24x} : \left(3\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)$  са:

- а)  $x > 0$       б)  $x \geq 0$       в)  $x \in \left(0; \frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$       г)  $R \setminus \left\{-\frac{2}{3}; 0\right\}$       д) друг отговор

**Задача 4.** Триъгълникът  $ABC$  е правоъгълен,  $\sphericalangle BAC = 90^\circ$ ,  $\sphericalangle ACB = 30^\circ$  и точка  $O$  принадлежи на страната  $BC$  и е център на полуокръжност, допираща се до  $AB$  и  $AC$ .  $\sphericalangle AOB$  е:

- а)  $60^\circ$       б)  $105^\circ$       в)  $45^\circ$       г)  $75^\circ$       д) друг отговор

**Задача 5.** Стойността на израза  $503^4 - 502^2(503^2 + 2 \cdot 503 + 3) + 6$  е:

- а) 507      б) 510      в) 2014      г) 2015      д) друг отговор

**Задача 6.** Правите  $y = x$  и  $y = -kx$  пресичат графиката на квадратната функция  $y = x^2$  в точките  $A$  и  $B$ , различни от началото  $O$  на координатната система. Ако  $\sphericalangle OAB = 90^\circ$ , то  $k$  е равно на:

- а) -1      б) 2      в) -1;2      г) 3      д) друг отговор

**Задача 7.** Броят на целите числа, които удовлетворяват неравенството  $\sqrt{x^2 - x - 2} \cdot (x^2 - 5x) \leq 0$  е:

- а) 4      б) 5      в) 2      г) 3      д) друг отговор

**Задача 8.** Да се намерят най- малката и най- голямата стойност на функцията  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$  в интервала  $[-1; 2]$  .

- а)  $-\frac{1}{6}; \frac{1}{2}$       б)  $\frac{1}{6}; \frac{1}{2}$       в)  $\frac{1}{3}; \frac{1}{2}$       г)  $\frac{1}{6}; \frac{1}{3}$       д) друг отговор

**Задача 9.** Кой от посочените полиноми е делител на  $x^{17} - 4x^{15} - x^3 + 4$  ?

- а)  $x + 2$       б)  $x - 2$       в)  $x + 1$       г)  $x - 1$       д) друг отговор

**Задача 10.** Решенията на  $x^{-1} > x$  са:

- а)  $(0; 1]$       б)  $(0; 1)$       в)  $(-1; 1)$       г)  $(0; 2)$       д) друг отговор

*/ За задачи от 11 до 14 се изисква да поставите само верния отговор в бланката /*

**Задача 11.** За кои стойности на параметъра  $a$  , неравенството  $\frac{2 - ax - x^2}{1 - x + x^2} < 3$  е изпълнено за всяко  $x \in R$  ?

**Задача 12.** Намерете всички двойки числа  $(x; y)$  , за които е изпълнено

$$\sqrt{x - 2y + 1} + \sqrt{x^2 - y^2 + 5y - 3} = 0 .$$

**Задача 13.** В равнобедрен трапец перпендикулярът от връх на основата към бедрото дели това бедро на отсечки  $7,2 \text{ cm}$  и  $1,8 \text{ cm}$  , считано от голямата основа , която е  $12 \text{ cm}$  . С колко сантиметра трябва да се продължат бедрата , за да се пресекат?

**Задача 14.** За кои стойности на реалния параметър  $a$  корените на уравнението  $(a + 2)x^2 - ax + a = 0$  са симетрични спрямо точката с абциса, равна на единица?

**Задача 15.** */Изисква се пълно решение на задачата/*

Дадена е уравнението  $mx^4 - (2m - 1)x^2 + m - 2 = 0$  намерете стойностите на параметъра  $m$  , за който уравнението :

а) има два различни реални корена ;

б) има четири различни реални корени  $x_1, x_2, x_3, x_4$  , за които е изпълнено  $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 6x_1x_2x_3x_4$

*Успех!*