ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ "СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"

XVI математическо състезание „Вергил Крумов”

17.11.2012 година, Силистра

X клас

Време за работа: 180 минути

Регламент: Задачите от 1 до 5 се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 10 се оценяват с 3 точки. Задачите от 11 до 14 се оценяват по 4 точки за посочване на верен отговор. Задача 15 се оценява с 9 точки за пълно решение. Ако посочите друг отговор – напишете го.

1 зад. На коя от функциите най-малката стойност е равна на 1?

А) $f(x)=-x^2-6x+10$ Б) $f(x)=x^2-6x+10$ В) $f(x)=6x-x^2+10$ Г) $f(x)=x^2+6x-10$

2 зад. За коя стойност на реалния параметър c, точката M(-1;2) е от графиката на функцията $f(x)=x^2+4x+c$

А) c=-5 Б) c=-3 В) c=3 Г) c= 5

3 зад. Броят на корените на уравнението $(x^2-4)\sqrt{-x}=0$ **е :**

А) 0 Б) 1 В) 2 Г)3

4 зад. Сборът от лицата на два подобни триъгълника е 40 см^2. Ако коефициентът на подобие е 3, по-малкото от лицата е:

А) 4 Б)10 В)15 Г)30

5 зад. Ако α= 45^0 удволетворява равенството $\sin^2\alpha = x^2.\sin\alpha.\cos\alpha - 2\cos^2\alpha$**, то x е равно на:**

А) 3 Б) $\pm\sqrt{3}$ В)-3 Г) ± 3

6 зад. Ако tg α = 4, $\alpha\in(0;90°)$ **то стойността на израза** $\dfrac{\sin\alpha.\cos\alpha}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}$ **е :**

А) $\dfrac{4}{15}$ Б) $\dfrac{15}{4}$ В) 1 Г) 4

7 зад. В една и съща координатна система са построени графиките на функциите $f(x)=x^2-2x+2$ **и** $g(x)=x^2-10x+29$**. Разстоянието между върховете им е равно на:**

А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 10

8 зад. Намерете лицето на триъгълника, определен от пресечните точки на графиката на функцията $f(x)=x^2-2x-3$ **с координатните оси:**

А) S=4 Б) S=6 В) S=-6 Г) S=12

<u>9 зад.</u> Ако x_1 и x_2 са реални корени на уравнението $x^2-3x-3=0$, то изразът $x_1^3.x_2+x_1.x_2^3$ е равен на:
А) 9 Б) 45 В)54 Г) - 45

<u>10 зад.</u> За кои стойности на реалния параметър a $(a\in R)$ неравенството
$(4a+1)x^2-2x+2a<0$ **няма решение?**

А) $\left(-\frac{1}{4};+\infty\right)$ Б) $\left(\frac{1}{4};+\infty\right)$ В) $\left[\frac{1}{4};+\infty\right)$ Г) $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{4};+\infty\right)$

(За задачи от 11 до 14 се изисква да поставите само верния отговор на задачата!)

<u>11 зад.</u> В правоъгълен триъгълник радиусите на вписаната и описаната окръжност са съответно 1 см и 5 см. Лицето на триъгълника е равно на ...

<u>12 зад.</u> За $\alpha\in(0;90^\circ)$, уравнението $x^2+bx+2\sin\alpha=0$ има двоен корен x=1. Тогава b и α са равни на ...

<u>13 зад.</u> Отношението на лицето на правоъгълен триъгълник и лицето на квадрат със страна хипотенузата на триъгълника е 1:4. Сборът от котангенсите на острите ъгли на триъгълника е ...

<u>14 зад.</u> Решенията на системата $\left|\begin{array}{l}\sqrt{\frac{3x-2y}{2x}}+\sqrt{\frac{2x}{3x-2y}}=2\\ x^2-8=2x(2y-3)\end{array}\right.$ **са:**

<u>15 зад.</u> ***(Изисква се пълно решение на задачата!)***

а) Да се докаже, че при всяка реална стойност на параметъра k корените x_1 и x_2 на уравнението $(k^2-k+2)x^2-(2k^2-2k+5)x+k^2-k+2=0$ са реални и положителни и да се пресметне $A=\frac{\left|\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right|}{\sqrt{x_1x_2}}$

б) За кои стойности на реалния параметър a $(a\in R)$ уравнението
$\sqrt{x^2-2ax+a}=\sqrt{-8x-8}$ **има решение?**