**Математическо състезание „Вергил Крумов”**
20.11.2010 година, Силистра

**<u>X клас</u>**

## *<u>Отговори:</u>*

| Зад.1 | Зад.2 | Зад.3 | Зад.4 | Зад.5 | Зад.6 | Зад.7 | Зад.8 | Зад.9 | Зад.10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Г** | **А** | **Б** | **В** | **Б** | **Б** | **Г** | **Г** | **Г** | **В** |

| Зад.11 | Зад.12 | Зад.13 | Зад.14 |
|---|---|---|---|
| $91\frac{3}{7}\%$ | **970** | $\min\limits_{R} f(x)=3$ | **r = 5см** |

**<u>Решение на Задача 15:</u>**

От $\Delta ACD$ - правоъгълен и DO-височина при DO = $x$, AO = 2$x$, OC = $x-2 \Rightarrow x^2 = 2x(x-2)$ и $x$=*4см.*

От Питагорова теорема за $\Delta DOC$ и $\Delta AOD \Rightarrow DC=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}; AD=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

От $\Delta AOB \sim \Delta COD$ (AB||CD) $\Rightarrow$ BO = 4.OD =16см.

За $\Delta AOB$ ($\angle$O = 90°) от Питагорова теорема $\Delta CPB$ $AB=\sqrt{8^2+16^2}=8\sqrt{5}$

Нека $CP \perp AB, P \in AB \Rightarrow APCD - правоъгълник$ и $CP = DA = 4\sqrt{5}$

$PB = AB - CD = 8\sqrt{5}-2\sqrt{5}=6\sqrt{5}$. За $\Delta CPB$ от Питагорова теорема $\Rightarrow$

$BC=\sqrt{\left(4\sqrt{5}\right)^2+\left(6\sqrt{5}\right)^2}=\sqrt{52.5}=2\sqrt{65}$.

$$S_{ABCD}=\frac{(AB+CD).AD}{2}=\frac{\left(8\sqrt{5}+2\sqrt{5}\right)4\sqrt{5}}{2}=\frac{10\left(\sqrt{5}\right)^5.4}{2}=100$$

От $\Delta CPB \Rightarrow \cos\beta=\frac{PB}{BC}=\frac{6\sqrt{5}}{2\sqrt{5}.\sqrt{13}}=\frac{3}{\sqrt{13}} \Rightarrow f(x)=2x^2-100x+\frac{\sqrt{13}.3}{\sqrt{13}}$ и за графиката $G_f$ с връх V( $x_0, y_0$ ) : $x_0$ = 25, $y_0 = f(25) = -1247$

От $25 \in [0;100] \Rightarrow \min\limits_{[0;100]} f(x) = f(x_0) = -1247$ и $\max\limits_{[0;100]} f(x) = f(100) = 10003$ $\left(f(100) > f(0)\right)$