



ПРИРОДОМАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ "СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"

Математическо състезание „Вергил Крумов“

20.11.2010 година, Силистра

Х клас

Време за работа: 120 минути

Регламент: Задачите от 1 до 5 се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 10 се оценяват с 3 точки. Задачите от 11 до 14 се оценяват по 4 точки за посочване на отговор. Задача 15 се оценява с 9 точки за пълно решение. Ако посочите друг отговор – напишете го.

Задача 1. Недопустимите стойности на израза

$$A = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-5x+6}} \quad \text{са:}$$

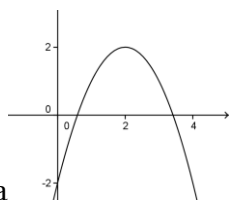
- А) 2 и 3; Б) $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$; В) (2; 3) Г) [2; 3]

Задача 2. Сборът на две числа е $5\sqrt{2}$, а произведението им е 12. Числата са:

- А) $\sqrt{18}$ и $\sqrt{8}$; Б) $-3\sqrt{2}$ и $-2\sqrt{2}$; В) $-2\sqrt{2}$ и $7\sqrt{2}$; Г) $\sqrt{18}$ и $\sqrt{32}$

Задача 3. Точките А, В, С и М лежат на една окръжност и са разположени последователно така, че дъгите АВ, ВС и СМ са съответно равни на 80° , 100° и 120° . Мерките на ъглите, образувани от хордите АС и ВМ, са равни на:

- А) 80° и 110° ; Б) 80° и 100° ; В) 110° и 70° ; Г) 20° и 160° .



Задача 4. Параболата е графика на функцията

- А) $f(x) = x^2 - 2x + 1$; Б) $f(x) = -x^2 - 3x - 2$; В) $f(x) = -x^2 + 4x - 2$; Г) $f(x) = -x^2 + 4x + 1$.

Задача 5. В остроъгълния $\triangle ABC$ отсечките AA_1 и BB_1 са височини. Правите AA_1 и BB_1 пресичат описаната около $\triangle ABC$ окръжност съответно в точките М и N. Ако $\angle ACB = 60^\circ$, то мярката на дъгата MCN е:

- А) 240° ; Б) 120° ; В) 60° ; Г) не може да се определи.

Задача 6. Корените на уравнението $\sqrt{x-3}(x^2-7x+10)=0$ са:

- А) 3, 2 и 5; Б) 3 и 5; В) 2 и 3; Г) 3, -2 и -5.

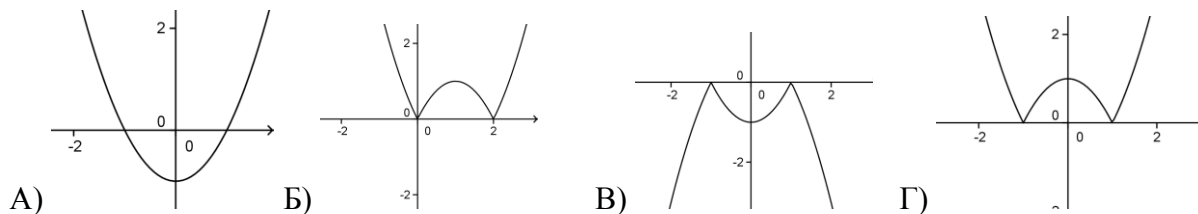
Задача 7. За кои стойности на параметъра k уравнението $2x^2 - (k+2)x + k = 0$ има два различни положителни корена

А) $k \in (-2; 0)$; Б) $k \in (-2; 0) \cup (0; 2)$; В) $k \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0)$; Г) $k \in (0; 2) \cup (2; +\infty)$.

Задача 8. В равнобедрен триъгълник с основа 6см допирната точка на вписаната окръжност дели бедрото в отношение 2:3. Периметърът на триъгълника е:

А) 16см; Б) 32см; В) 32см или 42см; Г) 16см или 21см.

Задача 9. Графиката на функцията $f(x) = |x^2 - 1|$ е:



Задача 10. Триъгълникът ABC със страни AC=8см и BC=10см е вписан в окръжност, като BC е най-голямата ѝ хорда. За коя стойност на параметъра а точката с абциса, равна на радиуса на окръжността и с ордината, равна на дължината на страната AC, е от графиката на функцията $f(x) = 3x + a - 1$?

А) - 4; Б) - 21; В) - 6; Г) -18.

Задача 11. Мартин и Самуил учат в едно и също училище и живеят в една и съща жилищна кооперация. На отиване към училище Самуил се движи със скорост 5км/ч, а Мартин – с 4 км/ч. След часовете те се прибират заедно в къщи със скорост 3км/ч. Колко процента е средната скорост, с която Мартин изминава разстоянието от дома си до училището и обратно от съответната средна скорост на Самуил?

Задача 12. Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$, то $x_1^6 + x_2^6$ е:

Задача 13. Най-малката стойност на функцията $f(x) = |x - 1| + |2 + x|$ е:

Задача 14. В правоъгълния $\triangle ABC$, височината CD към хипотенузата има дължина 12см. Радиусите на окръжностите, вписани съответно в $\triangle ACD$ и $\triangle BCD$, са 3см и 4см. Радиусът на вписаната в $\triangle ABC$ окръжност е:

Задача 15. В правоъгълния трапец ABCD ($\angle A = \angle D = 90^\circ$), диагоналите AC и BD се пресичат в т.О и са взаимно перпендикулярни. Ако DO е 2 пъти по-малка от AO, но с 2см по-дълга от OC, намерете минималната и максималната стойност на функцията $f(x) = 2x^2 - S \cdot x + \sqrt{13} \cdot \cos \beta$, където S е лицето на трапеца, $\beta = \angle ABC$ и x се изменя в интервала $[0; 100]$.